

J. Arlt, Š. Radkovský

**ANALÝZA ZPOŽDĚNÍ
V EKONOMETRICKÉM
MODELU**

**VP č. 20
Praha 2000**

**Autoři: doc. Ing. Josef Arlt, CSc.
Ing. Štěpán Radkovský**

**Názory a stanoviska v této studii jsou názory autorů
a nemusí nutně odpovídat názorům ČNB.**

Obsah

| | |
|---|----|
| 1 Úvod | 6 |
| 2 Zpoždění v modelu | 9 |
| 2.1 Model rozdělených zpoždění | 9 |
| 2.2 Autoregresní model rozdělených zpoždění | 12 |
| 3 Funkční forma ekonometrického modelu a její volba | 15 |
| 3.1 Obecná funkční forma | 16 |
| 3.2 Odhad parametru λ | 17 |
| 4 Praktická aplikace | 19 |
| 4.1 Vztah úrokové sazby na nově čerpané klientské úvěry a úrokové sazby 1R PRIBOR | 19 |
| 4.2 Vztah úrokové sazby na nově čerpané klientské úvěry a úrokové sazby 1R PRIBOR – analýza zkrácených časových řad | 26 |
| 5 Závěr | 35 |
| Literatura | 37 |

1 Úvod

Jednou ze základních otázek vznikajících při analýze transmisního mechanismu je zjišťování zpoždění, s jakým se průběh jisté časové řady odráží v průběhu jiných časových řad. Existují dva způsoby získání této důležité informace. Jejím zdrojem může být na jedné straně věcný ekonomický rozbor dané problematiky, který je založen na ekonomické teorii a logice ekonomické úvahy. Neméně důležitým zdrojem této informace je však také empirická analýza spočívající v ekonometrickém posouzení vztahů časových řad.

Předkládaná studie se zabývá problematikou zjišťování časového zpoždění na základě ekonometrického modelu zachycujícího charakter vztahu mezi časovými řadami. Skládá se ze tří základních částí. První část se zabývá otázkou střední hodnoty zpoždění, rozptylu zpoždění a mediánu zpoždění v rámci modelu rozdělených zpoždění a autoregresních rozdělených zpoždění. Obsahem druhé části je problematika transformace časových řad vstupujících do ekonometrického modelu. Tato část bezprostředně navazuje na část první, neboť odhady základních charakteristik zpoždění v modelu závisí na formě transformace časových řad. Třetí část je praktická, obsahuje analýzu vztahu a časového zpoždění mezi časovými

řadami úrokové sazby na nové úvěry a úrokové sazby 1R PRIBOR v České republice.

2 Zpoždění v modelu

Typickou vlastností statické regrese ekonomických stacionárních a nestacionárních časových řad je autokorelace nesystematické složky. Tento problém lze řešit tak, že se statická regrese dynamizuje, tj. do modelu se na pravou stranu vloží vysvětlované a vysvětlující časové řady v různých zpožděních. Takto konstruované jednorovnicové modely se označují jako modely rozdělených zpoždění ("Distributed Lags Models"), pokud jsou na pravé straně pouze zpožděné vysvětlující časové řady a jako modely autoregresních rozdělených zpoždění ("Autoregressive Distributed Lags Models"), jsou-li na pravé straně jak zpožděné vysvětlující časové řady, tak i časová řada vysvětlovaná v různých zpožděních. Právě modely tohoto typu lze využít pro získání odpovědi na otázku s jakým zpožděním se změny v průběhu jedné časové řady projevují v průběhu druhé časové řady.

2.1 Model rozdělených zpoždění

Obecný model rozdělených zpoždění lze vyjádřit ve tvaru

$$y_t = c + \sum_{i=0}^{\infty} w_i^* x_{t-i} + a_t, \quad (2.1)$$

kde w_i^* jsou neznámé konstanty, x_t je slabě exogenní proměnná, a_t je nesystematická složka typu $IIN(0, \sigma_a^2)$. Často se předpokládá, že $w_i^* \geq 0, i = 0, 1, 2, \dots$. Předpokládejme, že podmíněná střední hodnota y_t je konečná, tj.

$$\sum_{i=0}^{\infty} w_i^* = \omega, \text{ kde } \omega \text{ je konečné.} \quad (2.2)$$

Budeme-li definovat

$$w_i = \frac{w_i^*}{\omega}, i = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.3)$$

potom bude platit

$$\sum_{i=0}^{\infty} w_i = 1, 0 \leq w_i \leq 1, i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.4)$$

Koeficienty $w_i^*, i = 0, 1, 2, \dots$, se označují jako *koeficienty zpoždění* a řada $w^* = \{w_i^*, i = 0, 1, 2, \dots\}$ se označuje jako *struktura zpoždění*. Koeficienty $w_i, i = 0, 1, 2, \dots$ se nazývají *normalizované koeficienty zpoždění* a řada $w = \{w_i, i = 0, 1, 2, \dots, \sum_{i=0}^{\infty} w_i = 1\}$ je potom *normalizovaná struktura zpoždění*.

Model (2.1) je možné vyjádřit také pomocí normalizovaných koeficientů zpoždění, má formu

$$y_t = c + \omega \sum_{i=0}^{\infty} w_i x_{t-i} + a_t. \quad (2.5)$$

Definujme nyní diskrétní náhodnou veličinu Z tak, aby platilo

$$P(Z = i) = w_i, i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.6)$$

Náhodnou veličinou jsou tedy zpoždění modelu (2.5) a normalizovaná struktura zpoždění se tak stává množinou pravděpodobností. Tuto strukturu lze vyjádřit pomocí pravděpodobnostní funkce obsahující jeden nebo více parametrů.

Nyní je vhodné zavést tzv. *operátor zpětného posunutí* B [bližší informace viz Dhrymes (1985)]. Tento operátor představuje zpoždění, lze psát $BX_t = X_{t-1}$ a obecně $B^p X_t = X_{t-p}$. Model (2.5) je s pomocí operátoru zpětného posunutí možné vyjádřit ve tvaru

$$y_t = c + \omega W(B)x_t + a_t, \text{ kde } W(B) = \sum_i w_i B^i. \quad (2.7)$$

Lze zjistit, že $(k + 1)$. derivace funkce $W(B)$ v bodě $B = 1$ má formu

$$W^{(k+1)}(1) = \sum_{i=k+1}^{\infty} [i(i-1)(i-2) \dots (i-k)] w_i = E[Z(Z-1)(Z-2) \dots (Z-k)], \quad (2.8)$$

kde $E(\cdot)$ je střední hodnota. Je-li $k = 0$, potom ze vztahu (2.8) získáme střední hodnotu veličiny Z , tj.

$$E(Z) = W'(1) = \sum_{i=1}^{\infty} i w_i. \quad (2.9)$$

Je-li $k = 1$, potom ze vztahu (2.8) získáme vztah

$$W''(1) = \sum_{i=2}^{\infty} i(i-1)w_i = E[Z(Z-1)] = E(Z^2) - E(Z) = E(Z^2) - W'(1).$$

Vzhledem k definici rozptylu

$$D(Z) = E(Z^2) - [E(Z)]^2$$

jej lze vyjádřit jako

$$D(Z) = W''(1) + W'(1) - [W'(1)]^2. \quad (2.10)$$

Mediánem zpoždění $M(Z)$ je nejmenší m , pro které platí relace

$$\sum_{i=0}^{m-1} w_i \leq \frac{1}{2} \leq \sum_{i=0}^m w_i. \quad (2.11)$$

Uvažujme nyní model rozdělených zpoždění s l vysvětlujícími proměnnými. Tento model lze pomocí operátoru zpětného posunutí vyjádřit ve formě

$$y_t = c + \omega_1 W_1(B)x_{1t} + \omega_2 W_2(B)x_{2t} + \dots + \omega_l W_l(B)x_{lt} + a_t, \quad (2.12)$$

kde $\omega_j = \sum_{i=0}^{\infty} w_{ji}^*$, $W_j(B) = \sum_{i=0}^{\infty} w_{ji} B^i$ pro $j = 1, 2, \dots, l$. Za předpokladu, že $w_{ji} \geq 0$,

$j = 1, 2, \dots, l$, $i = 0, 1, 2, \dots$ střední hodnoty zpoždění jednotlivých vysvětlujících proměnných mají tvar

$$E(Z_j) = W_j'(1) = \sum_{i=1}^{\infty} i w_{ji} \text{ pro } j = 1, 2, \dots, l \quad (2.13)$$

a rozptyly zpoždění jednotlivých vysvětlujících proměnných lze vyjádřit jako

$$D(Z_j) = W_j''(1) + W_j'(1) - [W_j'(1)]^2 \text{ pro } j = 1, 2, \dots, l. \quad (2.14)$$

Mediány zpoždění $M(Z_j)$ jsou nejmenší $m_j, j = 1, 2, \dots, l$, pro která platí relace

$$\sum_{i=0}^{m_j-1} w_{ji} \leq \frac{1}{2} \leq \sum_{i=0}^{m_j} w_{ji} \text{ pro } j = 1, 2, \dots, l. \quad (2.15)$$

2.2 Autoregresní model rozdělených zpoždění

Uvažujme model

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_m y_{t-m} + \alpha_0 x_t + \alpha_1 x_{t-1} + \dots + \alpha_n x_{t-n} + a_t. \quad (2.16)$$

Tento model se označuje jako autoregresní model rozdělených zpoždění řádu m a n [ADL(m, n)]. Lze jej vyjádřit také ve formě

$$\phi_m(B) y_t = c + \alpha_n(B) x_t + a_t, \quad (2.17)$$

kde

$$\phi_m(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_m B^m), \quad \alpha_n(B) = (\alpha_0 + \alpha_1 B + \alpha_2 B^2 + \dots + \alpha_n B^n).$$

Model (2.17) je možné zapsat jako

$$y_t = c^* + [\phi_m(B)]^{-1} \alpha_n(B) x_t + u_t, \text{ kde } c^* = [\phi_m(B)]^{-1} c, \quad u_t = [\phi_m(B)]^{-1} a_t. \quad (2.18)$$

Potom platí

$$[\phi_m(B)]^{-1} \alpha_n(B) = W^*(B) = w_0^* + w_1^* B + w_2^* B^2 + \dots \quad (2.19)$$

Koeficienty ($w_0^*, w_1^*, w_2^* \dots$) lze vyjádřit pomocí koeficientů modelu (2.17):

$$w_0^* = \alpha_0, \quad w_1^* = \alpha_1 + \alpha_0 \phi_1, \quad w_2^* = \alpha_2 + (\alpha_1 + \alpha_0 \phi_1) \phi_1 + \alpha_0 \phi_2 \text{ atd.}$$

Model (2.17) lze tedy zapsat ve formě modelu rozdělených zpoždění

$$y_t = c^* + W^*(B) x_t + u_t = c^* + \sum_{i=0}^{\infty} w_i^* x_{t-i} + u_t. \quad (2.20)$$

Leží-li kořeny polynomiální rovnice $\phi_m(B) = 0$ vně jednotkového kruhu, potom koeficienty $w_i^*, i = 0, 1, 2, \dots$, polynomu $W^*(B)$ konvergují a zároveň platí $\sum_{i=0}^{\infty} w_i^* = \omega$.

V modelu (2.1) předpokládáme, že $w_i^* \geq 0, i = 0, 1, 2, \dots$. Řada normalizovaných koeficientů zpoždění se konstruuje jako

$$w_i = \frac{w_i^*}{\omega}, i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.21)$$

Na jejich základě se potom ze vztahů (2.9), (2.10) a (2.11) určí střední hodnota, medián a rozptyl zpoždění vysvětlující časové řady.

Lze uvažovat rovněž model autoregresních rozdělených zpoždění s l vysvětlujícími proměnnými

$$\phi_m(B) y_t = c + \alpha_{1,n}(B)x_{1t} + \alpha_{2,n}(B)x_{2t} + \dots + \alpha_{l,n}(B)x_{lt} + a_t, \quad (2.22)$$

kde $\phi_m(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_m B^m)$, $\alpha_{j,n}(B) = (\alpha_{j0} + \alpha_{j1} B + \alpha_{j2} B^2 + \dots + \alpha_{jn} B^n)$ pro $j = 1, 2, \dots, l$. Tento model je možné vyjádřit jako

$$y_t = c^* + [\phi_m(B)]^{-1} \alpha_{1,n}(B)x_{1t} + [\phi_m(B)]^{-1} \alpha_{2,n}(B)x_{2t} + \dots + [\phi_m(B)]^{-1} \alpha_{l,n}(B)x_{lt} + u_t, \quad (2.23)$$

kde

$$c^* = [\phi_m(B)]^{-1} c, u_t = [\phi_m(B)]^{-1} a_t.$$

V souladu s (2.19) jej lze zapsat jako

$$y_t = c^* + W_1^*(B)x_{1t} + W_2^*(B)x_{2t} + \dots + W_l^*(B)x_{lt} + u_t, \quad (2.24)$$

kde

$$W_j^*(B) = \sum_{i=0}^{\infty} w_{ji}^* B^i \text{ pro } j = 1, 2, \dots, l.$$

Leží-li kořeny polynomiální rovnice $\phi_m(B) = 0$ vně jednotkového kruhu, potom parametry polynomu $W_j^*(B)$, $j = 1, 2, \dots, l$, konvergují a zároveň platí $\sum_{i=0}^{\infty} w_{ji}^* = \omega_j$, $j = 1, 2, \dots, l$. V modelu (2.24) předpokládáme, že $w_{ji}^* \geq 0$, $j = 1, 2, \dots, l$, $i = 0, 1, 2, \dots$. Řada normalizovaných koeficientů zpoždění se vypočítá jako

$$w_{ji} = \frac{w_{ji}^*}{\omega_j}, j = 1, 2, \dots, l, i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.25)$$

Na jejich základě se potom ze vztahů (2.13), (2.14) a (2.15) určí střední hodnoty, mediány a rozptyly zpoždění vysvětlujících časových řad.

Jsou-li řady y_t a x_t kointegrované, potom kořeny polynomiální rovnice $\phi_m(B) = 0$ leží vně jednotkového kruhu, takže parametry polynomu $W^*(B)$ konvergují.

3 Funkční forma ekonometrického modelu a její volba

Při konstrukci ekonometrického modelu existuje několik možností transformace časových řad. Nejčastěji se v praxi můžeme setkat se dvěma z nich. Buď jsou do modelu vkládány netransformované časové řady nebo logaritmicky transformované. Častým argumentem pro logaritmickou transformaci je relativní jednoduchost interpretace parametrů ekonometrického modelu (jsou interpretovány jako elasticity vysvětlované časové řady vzhledem k vysvětlující časové řadě). Tento argument je zajímavý především při konstrukci modelů ve formě statické regrese, kdy model neobsahuje žádné zpožděné proměnné. V případě dynamické regrese se zpožděnými proměnnými je interpretace parametrů modelu složitější problém.

Přirozenější argument pro volbu určité transformace časových řad vstupujících do ekonometrického modelu vyplývá z charakteru těchto časových řad. Primárním cílem ekonometrické analýzy je hledání nejvhodnějšího lineárního modelu vyjadřujícího vztah časových řad. Aby byly splněny podmínky pro konstrukci takového modelu, je třeba časových řad s jistými vlastnostmi. Protože mnoho časových řad tyto vlastnosti nemá, což způsobuje, že jejich vztah není možné považovat za lineární, je třeba provést transformaci. Pro tento argument svědčí i skutečnost, že modely s odlišně transformovanými časovými řadami často vedou nejen ke zcela rozdílným hodnotám odhadnutých parametrů, ale také k rozdílným

závěrům testů parametrů. Tato skutečnost se samozřejmě musí projevit při výpočtu průměrného zpoždění, mediánu zpoždění a rozptylu zpoždění.

3.1 Obecná funkční forma

Uvažujme autoregresní model rozdělených zpoždění bez nesystematické složky ve formě

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \alpha_0 x_t + \alpha_1 x_{t-1} \text{ } ^1). \quad (3.1)$$

Model s mocninnou transformací všech proměnných lze zapsat jako

$$y_t^\lambda = c + \phi_1 y_{t-1}^\lambda + \alpha_0 x_t^\lambda + \alpha_1 x_{t-1}^\lambda. \quad (3.2)$$

Tento model je možné transformovat následujícím způsobem

$$y_t^\lambda - 1 = d^\lambda - 1 + \phi_1 (y_{t-1}^\lambda - 1) + \alpha_0 (x_t^\lambda - 1) + \alpha_1 (x_{t-1}^\lambda - 1), \quad (3.3)$$

kde $d^\lambda = c + \phi_1 + \alpha_0 + \alpha_1$. Dělení této rovnice konstantou λ vede k rovnici

$$\frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} = \frac{d^\lambda - 1}{\lambda} + \phi_1 \frac{y_{t-1}^\lambda - 1}{\lambda} + \alpha_0 \frac{x_t^\lambda - 1}{\lambda} + \alpha_1 \frac{x_{t-1}^\lambda - 1}{\lambda}. \quad (3.4)$$

Protože limita pro $\lambda \rightarrow 0$ všech proměnných v modelu (3.4) je typu 0/0, podle l'Hospitalova pravidla platí, že model

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{d^\lambda - 1}{\lambda} + \phi_1 \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{y_{t-1}^\lambda - 1}{\lambda} + \alpha_0 \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{x_t^\lambda - 1}{\lambda} + \alpha_1 \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{x_{t-1}^\lambda - 1}{\lambda}$$

lze vyjádřit ve formě

$$\ln y_t = \ln d + \phi_1 \ln y_{t-1} + \alpha_0 \ln x_t + \alpha_1 \ln x_{t-1}. \quad (3.5)$$

Jestliže tedy $\lambda = 1$, potom model (3.2) je identický s modelem (3.1). V případě, že $\lambda \rightarrow 0$, model (3.2) konverguje k modelu (3.5). Jestliže $\lambda = 0$, je model (3.2) definován jako logaritmický².

¹) Pro jednoduchost a názornost volíme model autoregresních rozdělených zpoždění. Závěry jsou totožné jak pro model ve formě statické regrese (regrese bez zpoždění), tak i pro obecný model autoregresních rozdělených zpoždění.

3.2 Odhad parametru λ

Uvažujme model (3.4) s nesystematickou složkou, tj.

$$\frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} = \frac{d^\lambda - 1}{\lambda} + \phi_1 \frac{y_{t-1}^\lambda - 1}{\lambda} + \alpha_0 \frac{x_t^\lambda - 1}{\lambda} + \alpha_1 \frac{x_{t-1}^\lambda - 1}{\lambda} + e_t, \quad (3.6)$$

kde $e_t \sim \text{IIN}(0, \sigma_e^2)$. Tento model vynásobíme číslem $\dot{y}^{-\lambda}$, kde \dot{y} je geometrický průměr časové řady y_t , $t = 1, 2, \dots, T$, tj.

$$\dot{y} = \left(\prod_{t=1}^T y_t \right)^{1/T} = \exp \left(T^{-1} \sum_{t=1}^T \ln y_t \right).$$

Nyní má model formu

$$\frac{y_t^{*\lambda} - 1}{\lambda} = \frac{(d/\dot{y})^\lambda - 1}{\lambda} + \phi_1 \dot{y}^{-\lambda} \frac{y_{t-1}^\lambda - 1}{\lambda} + \alpha_0 \dot{y}^{-\lambda} \frac{x_t^\lambda - 1}{\lambda} + \alpha_1 \dot{y}^{-\lambda} \frac{x_{t-1}^\lambda - 1}{\lambda} + e_t^*, \quad (3.7)$$

kde $y_t^* = y_t / \dot{y}$, $e_t^* = \dot{y}^{-\lambda} e_t$, $e_t^* \sim \text{IIN}(0, \sigma(\lambda)^2)$. Lze jej zjednodušeně vyjádřit následujícím způsobem

$$y_t^{*(\lambda)} = d^* + \phi_1^* y_{t-1}^{(\lambda)} + \alpha_0^* x_t^{(\lambda)} + \alpha_1^* x_{t-1}^{(\lambda)} + e_t^*, \quad (3.8)$$

kde $\phi_1^* = \phi_1 \dot{y}^{-\lambda}$, $\alpha_0^* = \alpha_0 \dot{y}^{-\lambda}$, $\alpha_1^* = \alpha_1 \dot{y}^{-\lambda}$.

Věrohodnostní funkce pro odhad parametrů tohoto modelu (pro původní časovou řadu transformovanou geometrickým průměrem) má formu

$$L(d^*, \phi_1^*, \alpha_0^*, \alpha_1^*, \sigma(\lambda)^2, \lambda) = \frac{1}{(2\pi)^{T/2} \sigma(\lambda)^T} \exp \left[- \frac{\sum_{t=1}^T (y_t^{*(\lambda)} - d^* - \phi_1^* y_{t-1}^{(\lambda)} - \alpha_0^* x_t^{(\lambda)} - \alpha_1^* x_{t-1}^{(\lambda)})^2}{2\sigma(\lambda)^2} \right] J, \quad (3.9)$$

kde J je jakobián transformace závisle proměnné, tj.

² Velmi častým argumentem pro použití logaritmického modelu je interpretace elasticity vysvětlované časové řady vzhledem k vysvětlujícím časovým řadám. V případě modelu (3.2) je elasticita řady y_t^λ vzhledem k x_t^λ dána vztahem

$$\eta_x = \frac{\partial y^\lambda}{\partial x^\lambda} \cdot \frac{x^\lambda}{y^\lambda} = \alpha_0 \left(\frac{x}{y} \right)^\lambda.$$

Jestliže $\lambda = 0$, elasticita je dána parametrem regresního modelu, tj. $\eta_x = \alpha_0$.

$$J = \prod_{t=1}^T \left| \frac{dy_t^{*(\lambda)}}{dy_t^*} \right| = \prod_{t=1}^T y_t^{*\lambda-1}.$$

Logaritmus věrohodnostní funkce

$$\ln L(d^*, \phi_1^*, \alpha_0^*, \alpha_1^*, \sigma(\lambda)^2, \lambda) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln \sigma(\lambda)^2 - \frac{1}{2\sigma(\lambda)^2} \sum_{t=1}^T e_t^{*2} + (\lambda-1) \sum_{t=1}^T \ln y_t^* \quad (3.10)$$

je maximalizován pro parametry $d^*, \phi_1^*, \alpha_0^*, \alpha_1^*, \sigma(\lambda)^2$ za předpokladu λ .
Maximalizovaná funkce za předpokladu λ , bez konstanty má tvar

$$\mathcal{L}_{max}(\lambda) = -\frac{T}{2} \ln \hat{\sigma}(\lambda)^2 + (\lambda-1) \sum_{t=1}^T \ln y_t^*. \quad (3.11)$$

Vzhledem k tomu, že

$$\ln y_t^* = \ln y_t - \ln \bar{y} = \ln y_t - \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln y_t \right],$$

platí

$$\sum_{t=1}^T \ln y_t^* = \sum_{t=1}^T \left\{ \ln y_t - \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln y_t \right] \right\} = 0.$$

Funkci (3.11) lze tedy zapsat jako

$$\mathcal{L}_{max}(\lambda) = -\frac{T}{2} \ln \hat{\sigma}(\lambda)^2. \quad (3.12)$$

Je zřejmé, že k maximalizaci (3.12) vede minimalizace $\hat{\sigma}(\lambda)$. Odhad parametru λ maximalizující funkci (3.12) lze získat tak, že se pomocí metody nejmenších čtverců odhadnou parametry modelu (3.8) pro různé hodnoty λ (pro $\lambda = 0$ jsou v modelu všechny proměnné logaritmicky transformované) a volí se taková hodnota λ , která vede k minimálnímu reziduálnímu součtu čtverců $(T-4) \hat{\sigma}(\lambda)^2$.

Funkci (3.12) je možné vyjádřit pro různé hodnoty λ rovněž graficky a podle maxima této funkce se najde $\hat{\lambda}$. Na základě tohoto grafu lze získat rovněž aproximaci 95% intervalu spolehlivosti pro parametr λ . Vychází se přitom ze vztahu

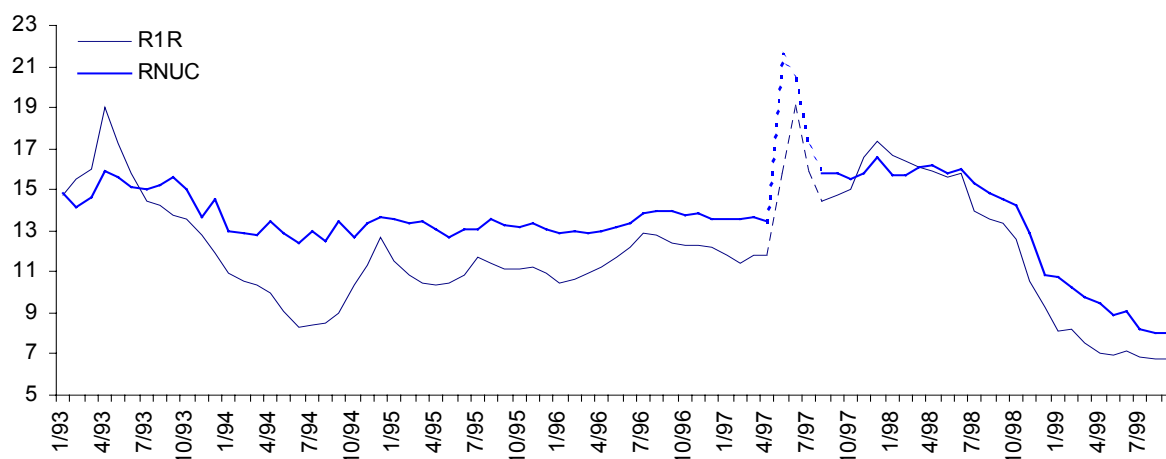
$$\mathcal{L}_{max}(\hat{\lambda}) - \mathcal{L}_{max}(\lambda) < \frac{1}{2} \chi^2(1)_{0,05} = 1,92. \quad (3.13)$$

4 Praktická aplikace

V této části budeme zkoumat zpoždění ve vztahu úrokové sazby na nově čerpané klientské úvěry a úrokové sazby 1R PRIBOR. V této souvislosti nás bude zajímat nejen otázka vývoje základních charakteristik zpoždění v průběhu optimalizace modelu, ale také výsledky rekurzivní analýzy, které nám podají velmi zajímavé informace o vývoji zpoždění v určitém časovém úseku.

4.1 Vztah úrokové sazby na nově čerpané klientské úvěry a úrokové sazby 1R PRIBOR

Máme k dispozici měsíční časové řady dvou úrokových sazeb od ledna roku 1993 do září roku 1999. Úroková sazba na nově čerpané klientské úvěry celkem (*RNUC*) byla vypočtena jako vážený aritmetický průměr sazeb z nově poskytnutých úvěrů, úroková sazba 1R PRIBOR (*R1R*) byla vypočtena jako prostý aritmetický průměr denních hodnot. Průběh těchto časových řad je zachycen na obrázku 1. Pro analýzu byly z časových řad vynechány hodnoty z května, června a července roku 1997, tedy z období měnových turbulencí.

Obrázek 1**Úroková sazba na nově čerpané klientské úvěry, úroková sazba 1R PRIBOR**

Při konstrukci modelu charakterizujícího vztah těchto časových řad je účelné vycházet z definice transmisního mechanismu české ekonomiky (viz Arlt, Guba, Matalík, Stiller, Syrovátka, 1998), ze kterého vyplývá, že kauzální závislost jde od úrokové sazby 1R PRIBOR směrem k úrokové sazbě na nové úvěry. Vzhledem ke konstrukci analyzovaných časových řad (průměrné měsíční hodnoty) lze předpokládat kauzální závislost v různých zpožděních včetně tzv. okamžité kauzální závislosti, při které jsou příčina a následek předpokládány ve stejném čase t . Budeme tedy uvažovat jednorovnicový model, kde závisle proměnnou je úroková sazba na nové úvěry a nezávisle proměnnou je sazba 1R PRIBOR. Analýza reziduí vycházejících ze statické regrese typu

$$RNUC_t = c + \alpha R1R_t + \varepsilon_t \quad (4.1)$$

a další ověřovací postupy nás přivedly k autoregresnímu modelu rozdělených zpoždění řádu (1,0), který se označuje jako ADL(1,0). Tento model má tvar

$$RNUC_t = c + \phi RNUC_{t-1} + \alpha R1R_t + a_t. \quad (4.2)$$

Důležitým předpokladem, ze kterého při tvorbě modelu vycházíme, je slabá exogenita sazby 1R PRIBOR vzhledem k parametrům podmíněného modelu (4.2).

Pro výpočet základních charakteristik zpoždění je třeba najít vhodnou transformaci časových řad. Budeme přitom vycházet z modelu typu (3.7), který má v tomto případě formu

$$\frac{(RNUC_t / \dot{RNUC})^\lambda - 1}{\lambda} = \frac{(d / \dot{RNUC})^\lambda - 1}{\lambda} + \phi \dot{RNUC}^{-\lambda} \frac{RNUC_{t-1}^\lambda - 1}{\lambda} + \alpha \dot{RNUC}^{-\lambda} \frac{RIR_t^\lambda - 1}{\lambda} + e_t^* \quad (4.3)$$

kde \dot{RNUC} je geometrický průměr časové řady $RNUC_t$. Tabulka 1 obsahuje hodnoty logaritmu věrohodnostní funkce (3.12), reziduální směrodatné odchylky, odhadu parametrů modelu (4.3), průměrného zpoždění, rozptylu zpoždění a mediánu zpoždění pro hodnoty λ od -0,2 do 1,4. Tučně jsou zde vyjádřeny hodnoty pro $\lambda = 0$, tj. pro logaritmickou transformaci, $\lambda = 1$, tj. pro žádnou transformaci a pro $\lambda = 0,9$, tj. pro transformaci maximalizující věrohodnostní funkci. Tvar logaritmu věrohodnostní funkce je zachycen na obrázku 2.

Tabulka 1

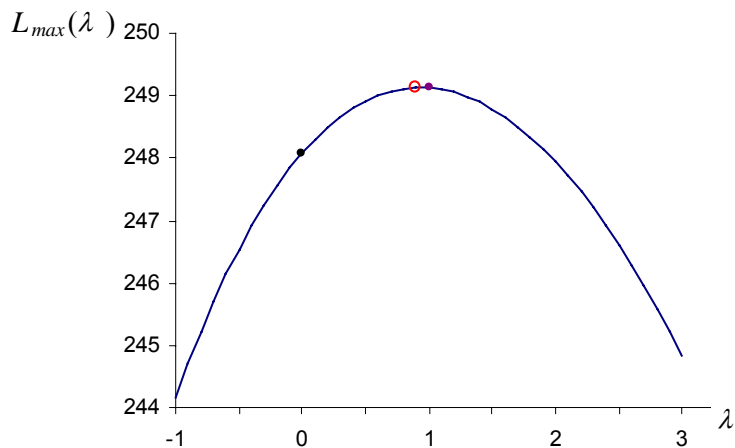
Logaritmus věrohodnostní funkce, odhady parametrů, průměr, rozptyl a medián zpoždění pro dané λ

| λ | $L_{max}(\lambda)$ | $\hat{\sigma}(\lambda)$ | $\hat{\phi}$ | $\hat{\alpha}$ | \hat{d}^* | \bar{z} | S_z^2 | \tilde{z} |
|------------|--------------------|-------------------------|--------------|----------------|--------------|--------------|---------------|-------------|
| -0,2 | 247,5596 | 0,041843 | 0,745 | 0,190 | 0,021 | 2,918 | 11,434 | 2 |
| 0 | 248,0851 | 0,041562 | 0,737 | 0,195 | 0,021 | 2,805 | 10,672 | 2 |
| 0,2 | 248,4973 | 0,041343 | 0,730 | 0,201 | 0,021 | 2,699 | 9,983 | 2 |
| 0,4 | 248,8026 | 0,041181 | 0,722 | 0,206 | 0,021 | 2,600 | 9,363 | 2 |
| 0,6 | 249,0067 | 0,041073 | 0,715 | 0,211 | 0,021 | 2,510 | 8,808 | 2 |
| 0,8 | 249,1145 | 0,041017 | 0,708 | 0,216 | 0,021 | 2,426 | 8,314 | 2 |
| 0,9 | 249,1335 | 0,041007 | 0,705 | 0,218 | 0,021 | 2,388 | 8,088 | 1 |
| 1 | 249,1300 | 0,041009 | 0,702 | 0,220 | 0,021 | 2,350 | 7,875 | 1 |
| 1,2 | 249,0571 | 0,041047 | 0,695 | 0,224 | 0,021 | 2,281 | 7,487 | 1 |
| 1,4 | 248,8987 | 0,041130 | 0,689 | 0,228 | 0,021 | 2,219 | 7,144 | 1 |

Z uvedené tabulky a obrázku vyplývá, že pro výpočet průměrného zpoždění, rozptylu zpoždění a mediánu zpoždění není třeba provádět žádnou transformaci časových řad. Tento závěr je dán jednak skutečností, že při $\lambda = 1$ nabývá věrohodnostní funkce vyšší hodnoty než při $\lambda = 0$ a dále tím, že $\lambda = 0,9$, které maximalizuje věrohodnostní funkci, vede pouze k malé změně odhadů parametrů modelu, jejich interpretace je však obtížná.

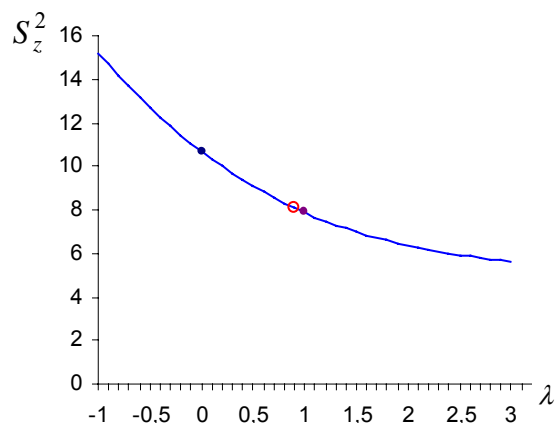
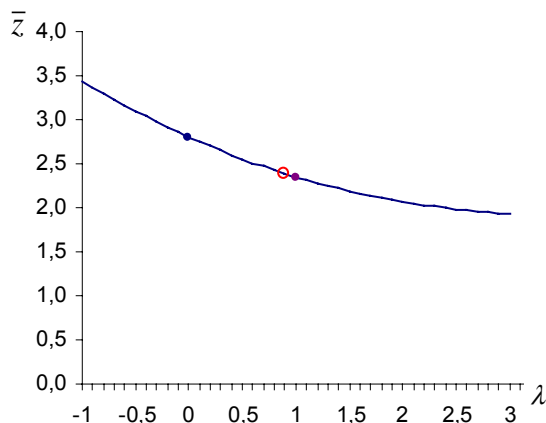
Obrázek 2

Logaritmus věrohodnostní funkce pro dané λ



Zajímavou informaci podávají obrázky 3a), 3b), na kterých je zachycen vývoj průměrného zpoždění a rozptylu zpoždění pro hodnoty λ od -1 do 3.

Obr. 3a) Průměrné zpoždění pro dané λ Obr. 3b) Odhad rozptylu zpoždění pro dané λ



V případě modelu bez transformace, tj. z našeho pohledu "optimálního" modelu, je hodnota průměrného zpoždění 2,3 měsíce, medián zpoždění je však pouze 1 měsíc. Tento rozpor je dán charakterem normalizovaných koeficientů zpoždění, které jsou obsaženy v tabulce 2 a zakresleny na obr. 4.

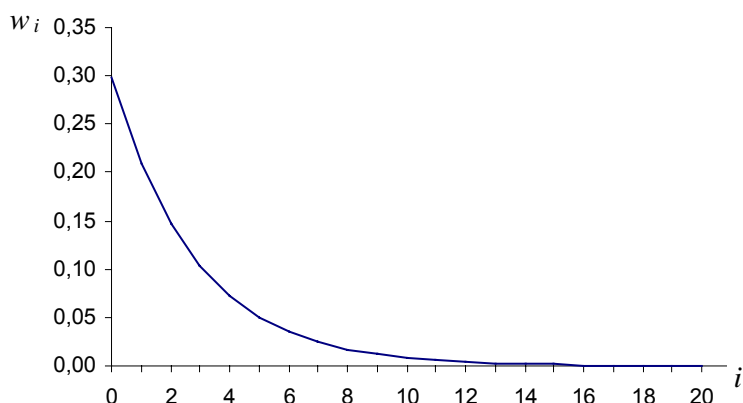
Tabulka 2

Normalizované koeficienty zpoždění

| i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| w_i | 0,298 | 0,209 | 0,147 | 0,103 | 0,072 | 0,051 | 0,036 | 0,025 | 0,018 | 0,012 | 0,009 | 0,006 | 0,004 | 0,003 | 0,002 | 0,001 |

Obrázek 4

Normalizované koeficienty zpoždění



Normalizované koeficienty zpočátku klesají poměrně výrazně, zatímco pozdější pokles je pomalý, což znamená, že do výpočtu průměrného zpoždění jsou zahrnuta také zpoždění, která bychom mohli označit jako extrémně vysoká. Z této úvahy vyplývá, že 2 měsíce je třeba považovat za horní mez střední hodnoty zpoždění, se kterým působí úroková sazba 1R PRIBOR na úrokovou sazbu na nové úvěry.

V této souvislosti je rovněž zajímavé, že hodnota rozptylu zpoždění je přibližně 7,9, což je extrémně vysoké číslo. Z této informace lze zpětně usuzovat na přesnost odhadu střední hodnoty zpoždění prostřednictvím průměru zpoždění. Lze konstatovat, že tento odhad je značně nepřesný. Vzniká otázka, co způsobuje tuto nepřesnost. Jistou odpověď může dát rekurzivní analýza zpoždění. Tabulka 3 obsahuje odhady parametrů modelu (4.2), odhady jejich směrodatných chyb, průměrné zpoždění, medián zpoždění a rozptyl zpoždění pro $\lambda = 1$ a pro časové řady začínající lednem 1993 a končící lednem 1996, dubnem 1996, ..., srpnem 1999, zářím 1999.

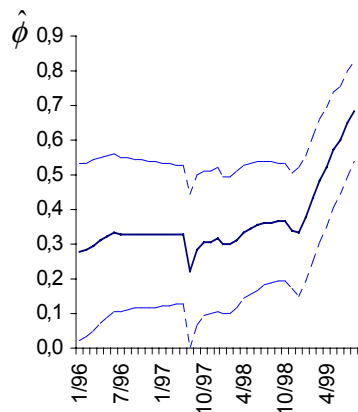
Tabulka 3

**Rekurzivní odhady parametrů, směrodatných chyb, průměr, rozptyl
a medián zpoždění**

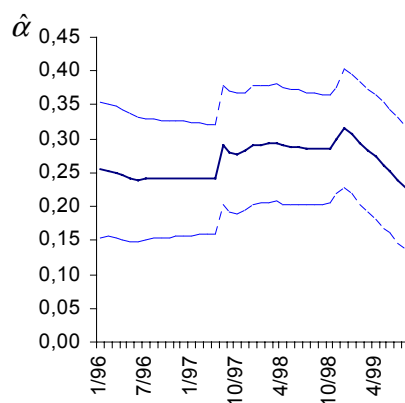
| | $\hat{\phi}$ | $S_{\hat{\phi}}$ | $\hat{\alpha}$ | $S_{\hat{\alpha}}$ | \hat{c} | $S_{\hat{c}}$ | \bar{z} | S_z^2 | \tilde{z} |
|-------|--------------|------------------|----------------|--------------------|-----------|---------------|-----------|---------|-------------|
| 1/96 | 0,277 | 0,127 | 0,254 | 0,050 | 6,858 | 1,324 | 0,383 | 0,530 | 0 |
| 4/96 | 0,311 | 0,120 | 0,247 | 0,048 | 6,468 | 1,235 | 0,451 | 0,654 | 0 |
| 7/96 | 0,329 | 0,111 | 0,241 | 0,045 | 6,275 | 1,148 | 0,491 | 0,732 | 0 |
| 10/96 | 0,329 | 0,107 | 0,241 | 0,043 | 6,272 | 1,106 | 0,491 | 0,733 | 0 |
| 1/97 | 0,328 | 0,103 | 0,241 | 0,042 | 6,283 | 1,071 | 0,489 | 0,728 | 0 |
| 4/97 | 0,328 | 0,100 | 0,241 | 0,040 | 6,280 | 1,038 | 0,489 | 0,728 | 0 |
| 10/97 | 0,303 | 0,104 | 0,278 | 0,044 | 6,229 | 1,067 | 0,435 | 0,624 | 0 |
| 1/98 | 0,297 | 0,100 | 0,292 | 0,043 | 6,156 | 0,990 | 0,423 | 0,602 | 0 |
| 4/98 | 0,336 | 0,097 | 0,290 | 0,043 | 5,660 | 0,941 | 0,506 | 0,762 | 0 |
| 7/98 | 0,362 | 0,088 | 0,285 | 0,041 | 5,368 | 0,850 | 0,568 | 0,890 | 0 |
| 10/98 | 0,364 | 0,084 | 0,285 | 0,040 | 5,347 | 0,811 | 0,573 | 0,902 | 0 |
| 1/99 | 0,375 | 0,091 | 0,307 | 0,044 | 4,873 | 0,866 | 0,600 | 0,961 | 0 |
| 2/99 | 0,431 | 0,090 | 0,294 | 0,045 | 4,234 | 0,842 | 0,756 | 1,329 | 0 |
| 3/99 | 0,483 | 0,089 | 0,283 | 0,046 | 3,626 | 0,811 | 0,935 | 1,810 | 0 |
| 4/99 | 0,524 | 0,086 | 0,274 | 0,046 | 3,161 | 0,764 | 1,102 | 2,316 | 1 |
| 5/99 | 0,574 | 0,083 | 0,260 | 0,046 | 2,613 | 0,723 | 1,350 | 3,173 | 1 |
| 6/99 | 0,599 | 0,078 | 0,253 | 0,045 | 2,369 | 0,659 | 1,491 | 3,714 | 1 |
| 7/99 | 0,648 | 0,077 | 0,239 | 0,046 | 1,838 | 0,638 | 1,841 | 5,229 | 1 |
| 8/99 | 0,682 | 0,073 | 0,227 | 0,046 | 1,506 | 0,585 | 2,147 | 6,755 | 1 |
| 9/99 | 0,702 | 0,069 | 0,220 | 0,045 | 1,321 | 0,536 | 2,350 | 7,875 | 1 |

Odhady parametrů modelu (4.2) a odhady jejich směrodatných chyb zachycují obrázky 5a), b), c).

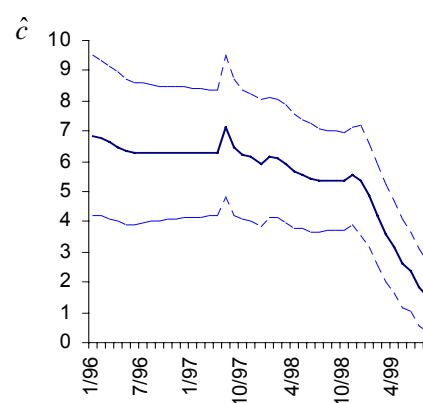
Obr. 5a) Rekurzivní odhad parametru ϕ



Obr. 5b) Rekurzivní odhad parametru α

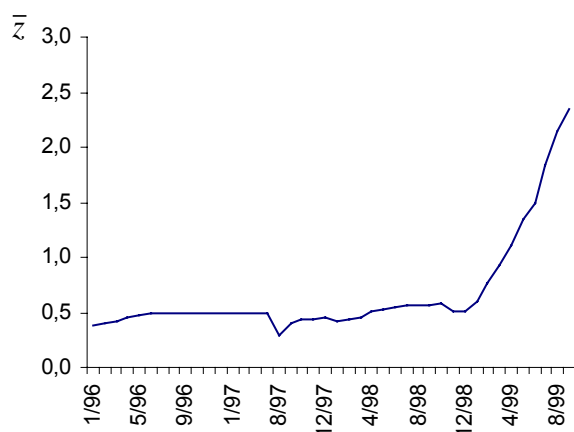


Obr. 5c) Rekurzivní odhad parametru c

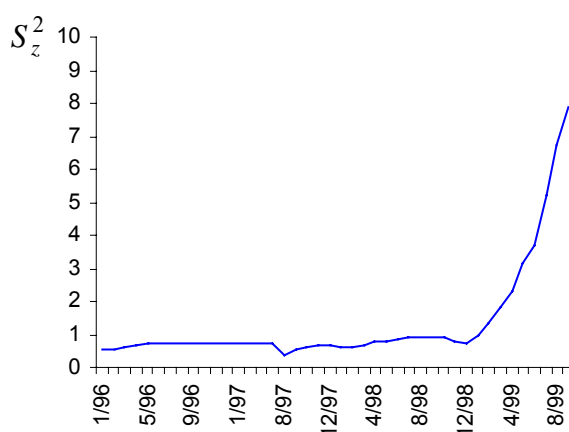


Vývoj průměrného zpoždění a rozptylu zpoždění ukazují obrázky 6a), b). Z rekurzivní analýzy vyplývá, že v lednu roku 1999 došlo k výrazné změně hodnot parametrů modelu, a tím i ke změně průměrného zpoždění a rozptylu zpoždění. Do této doby se průměrné zpoždění pohybovalo pod hranicí hodnoty 0,5. Rovněž rozptyl zpoždění byl poměrně nízký, pohyboval se pod hodnotou 1. Od ledna 1999 se však průměrné zpoždění výrazně zvyšovalo, značně se zvyšoval také rozptyl zpoždění. Tato skutečnost vyplývá ze zlomu ve vývoji odhadů parametrů tohoto modelu. Od července 1998 docházelo k postupnému snižování 2T repo-sazby, které se promítlo i do poklesu sazby 1R PRIBOR. Ne vždy ovšem panovalo jednoznačné přesvědčení o dalším snižování klíčové úrokové sazby, což se projevilo zvýšenou nejistotou ohledně dalšího vývoje a zřejmě i zpomalením reakce komerčních bank.

Obr. 6a) Rekurzivní průměr zpoždění



Obr. 6b) Rekurzivní rozptyl zpoždění



Na závěr této části ještě posoudíme, zda mezi analyzovanými časovými řadami existuje dlouhodobý vztah. Model (4.2) lze transformovat do tvaru modelu korekce chyb

$$\Delta RNUC_t = c + \alpha \Delta RIR_t + (\phi - 1)(RNUC_{t-1} - \frac{\alpha}{1 - \phi} RIR_{t-1}) + a_t. \quad (4.4)$$

Z tabulky 4, kde jsou uvedeny odhady parametrů modelu (4.2) vyplývá, že v modelu (4.4) je přítomen člen korekce chyb, neboť odhad zatížení (parametr $(\phi - 1)$) je poměrně vysoký. Časové řady úrokových sazeb lze tedy považovat za kointegrované.

Tabulka 4

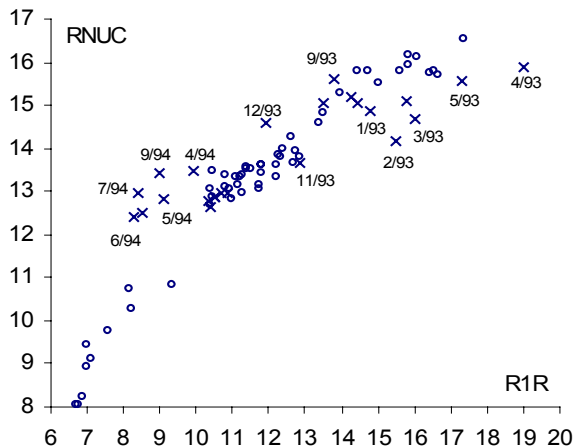
$$\text{Model } RNUC_t = c + \phi RNUC_{t-1} + \alpha R1R_t + a_t$$

| Závisle proměnná: <i>RNUC</i> | | | | |
|--------------------------------------|------------------------|--------------------------------------|----------------------|----------------------------|
| Proměnná | Odhad parametru | Směrodatná chyba | <i>t</i>-test | Hladina významnosti |
| <i>c</i> | 1,32120 | 0,53613 | 2,46432 | 0,01605 |
| <i>RNUC</i> (-1) | 0,70153 | 0,06860 | 10,2266 | 0,00000 |
| <i>R1R</i> | 0,22036 | 0,04458 | 4,94297 | 0,00000 |
| R^2 | 0,92435 | Průměr závisle proměnné | | 13,4338 |
| Upravený R^2 | 0,92230 | Směrodatná odchylka závisle proměnné | | 1,95550 |
| Směrodatná odchylka reziduí | 0,54508 | <i>F</i> -test | | 452,081 |
| Reziduální součet čtverců | 21,9861 | Hladina významnosti <i>F</i> | | 0,00000 |
| D-W statistika | 1,81681 | | | |

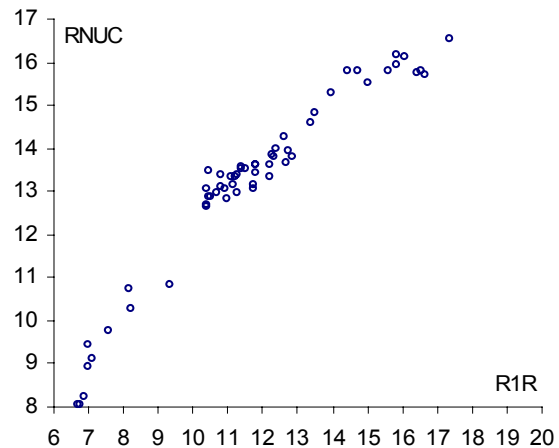
4.2 Vztah úrokové sazby na nově čerpané klientské úvěry a úrokové sazby 1R PRIBOR - analýza zkrácených časových řad

V minulé části bylo pomocí věrohodnostní funkce ukázáno, že vztah mezi úrokovou sazbou na nově čerpané klientské úvěry a úrokové sazby 1R PRIBOR má lineární charakter, resp. že je vhodné analyzovat vztah původních netransformovaných časových řad. Tuto skutečnost potvrzuje obrázek 7a), na kterém je zachycen bodový graf vyjadřující vztah analyzovaných úrokových sazeb. Křížky vyjadřují charakter vztahu časových řad od ledna 1993 do září 1994. Je zřejmé, že vztah časových řad je v tomto období odlišný od vztahu časových řad v následujícím období. Tato skutečnost je dána tím, že zpočátku nebyla úroková sazba na nově čerpané klientské úvěry příliš těsně navázána na hladinu úrokových sazeb na mezibankovním trhu. Po zkrácení časových řad o toto období (leden 1993 až září 1994) má vztah mezi analyzovanými časovými řadami zřetelně nelineární charakter, což je patrné z obrázku 7b). Zkrácené časové řady obsahuje obrázek 8.

Obr. 7a) Vztah úrokových sazeb

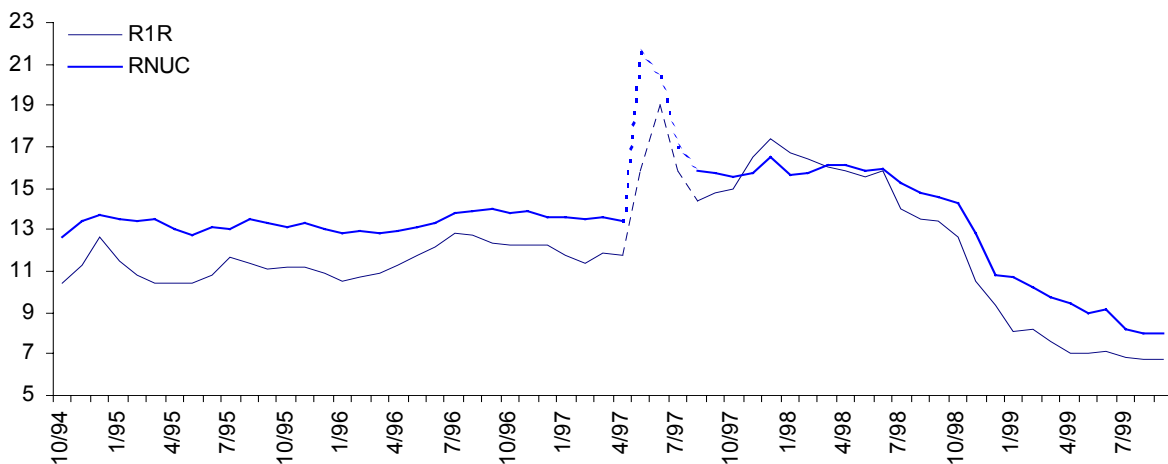


Obr. 7b): Vztah úrokových sazeb-zkrácené řady



Obr. 8

Úroková sazba na nově čerpané klientské úvěry, úroková sazba 1R PRIBOR zkrácené časové řady



Pro zachycení vztahu mezi časovými řadami použijeme opět model $ADL(1,0)$ ve tvaru (4.2). Při hledání vhodné transformace vycházíme z modelu (4.3). Tabulka 5 obsahuje hodnoty logaritmu věrohodnostní funkce (3.12), reziduální směrodatné odchylky, odhadu parametrů modelu (4.3), průměrného zpoždění, rozptylu zpoždění a mediánu zpoždění pro hodnoty λ od -1 do 1. Tučně jsou zde vyjádřeny hodnoty pro $\lambda = -0,2$, tj. pro transformaci maximalizující věrohodnostní funkci, pro $\lambda = 0$, tj. pro logaritmickou transformaci a pro $\lambda = 1$, tj. pro žádnou transformaci. Tvar logaritmu věrohodnostní funkce je zachycen na obrázku 9.

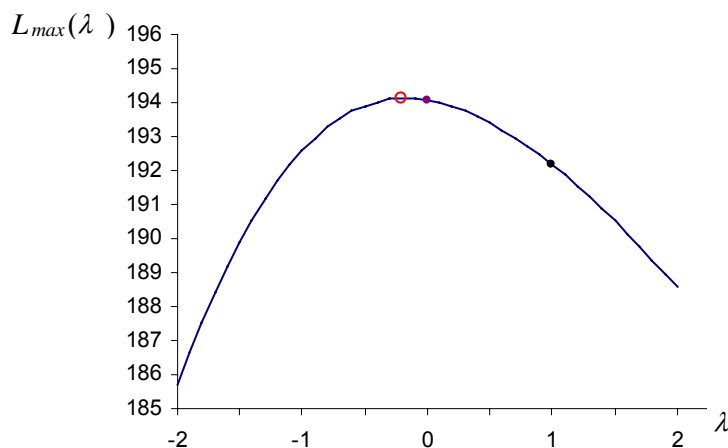
Tabulka 5

**Logaritmus věrohodnostní funkce, odhady parametrů, průměr, rozptyl
a medián zpoždění pro dané λ**

| λ | $L_{max}(\lambda)$ | $\hat{\sigma}(\lambda)$ | $\hat{\phi}$ | $\hat{\alpha}$ | \hat{d}^* | \bar{z} | S_z^2 | \tilde{z} |
|-------------|--------------------|-------------------------|--------------|----------------|--------------|--------------|--------------|-------------|
| -1 | 192,5979 | 0,034085 | 0,527 | 0,338 | 0,047 | 1,114 | 2,354 | 2 |
| -0,8 | 193,2760 | 0,033681 | 0,529 | 0,344 | 0,046 | 1,123 | 2,384 | 2 |
| -0,6 | 193,7445 | 0,033406 | 0,532 | 0,349 | 0,046 | 1,137 | 2,429 | 1 |
| -0,4 | 194,0215 | 0,033244 | 0,536 | 0,352 | 0,045 | 1,155 | 2,488 | 1 |
| -0,2 | 194,1260 | 0,033183 | 0,540 | 0,355 | 0,044 | 1,176 | 2,558 | 1 |
| 0 | 194,0780 | 0,033211 | 0,545 | 0,357 | 0,043 | 1,199 | 2,637 | 1 |
| 0,2 | 193,8965 | 0,033317 | 0,550 | 0,359 | 0,042 | 1,224 | 2,722 | 1 |
| 0,4 | 193,5991 | 0,033491 | 0,555 | 0,359 | 0,041 | 1,249 | 2,809 | 1 |
| 0,6 | 193,2021 | 0,033725 | 0,560 | 0,360 | 0,040 | 1,274 | 2,896 | 1 |
| 0,8 | 192,7192 | 0,034012 | 0,565 | 0,360 | 0,039 | 1,297 | 2,979 | 1 |
| 1 | 192,1624 | 0,034346 | 0,569 | 0,360 | 0,039 | 1,318 | 3,055 | 1 |

Obrázek 9

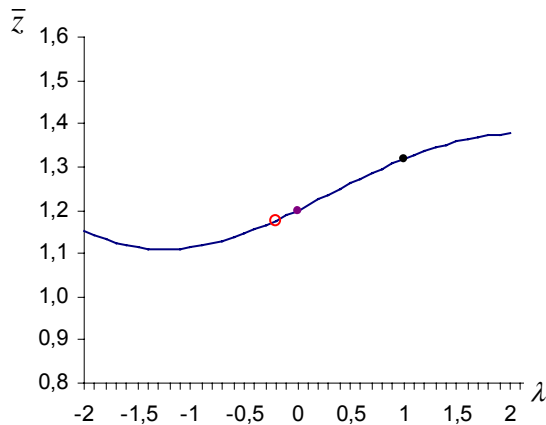
Logaritmus věrohodnostní funkce pro dané λ



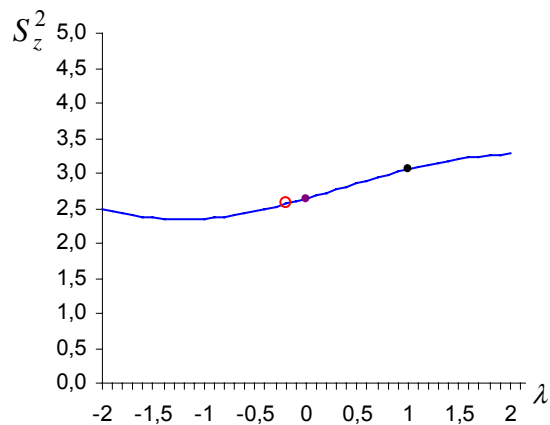
Z uvedené tabulky a obrázku vyplývá, že pro výpočet průměrného zpoždění, rozptylu zpoždění a mediánu zpoždění je vhodné časové řady logaritmovat. Tento závěr je dán tím, že hodnota $\lambda = -0,2$, která maximalizuje věrohodnostní funkci je blízká nule, tj. logaritmické transformaci a vede pouze k malé změně parametrů modelu, jejich interpretace je však obtížná.

Na obrázcích 10a), b) je zachycen vývoj průměrného zpoždění a rozptylu zpoždění pro hodnoty λ od -2 do 2.

Obr. 10a) Průměrné zpoždění pro dané λ



Obr. 10b) Odhad rozptylu zpoždění pro dané λ



S lineárně rostoucím λ se průměrné zpoždění a rozptyl zpoždění sinusoidně mění. V případě modelu s logaritmicky transformovanými časovými řadami, tj. "optimálního" modelu, je průměrné zpoždění přibližně 1,2 měsíce a medián zpoždění 1 měsíc. Je tedy zřejmé, že zkrácení časových řad vedlo ke značnému snížení průměrného zpoždění a tím i rozdílu hodnot těchto dvou měř polohy.

Normalizované koeficienty zpoždění modelu s logaritmovanými časovými řadami jsou obsaženy v tabulce 6 a zakresleny na obrázku 11.

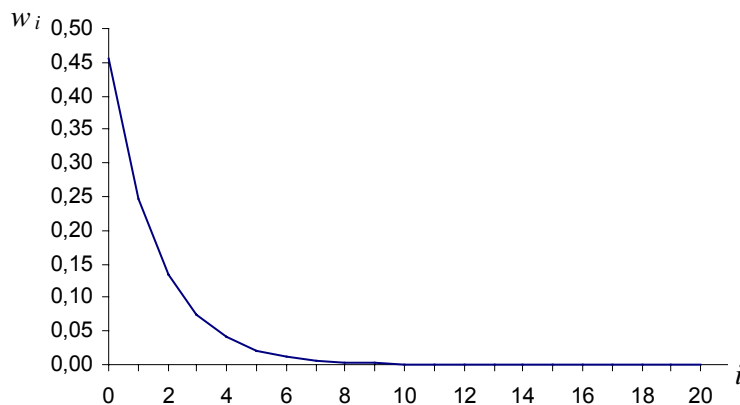
Tabulka 6

Normalizované koeficienty zpoždění

| i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| w_i | 0,455 | 0,248 | 0,135 | 0,074 | 0,040 | 0,022 | 0,012 | 0,007 | 0,004 | 0,002 | 0,001 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

Obrázek 11

Normalizované koeficienty zpoždění



Z tabulky a obrázku je vidět, že normalizované váhy klesají daleko rychleji než v případě modelu dlouhých netrtransformovaných časových řad. Právě to vede ke značnému sblížení průměrného zpoždění a mediánu zpoždění. Také rozptyl zpoždění se výrazně snížil, jeho hodnota je přibližně 2,6.

Tabulka 7

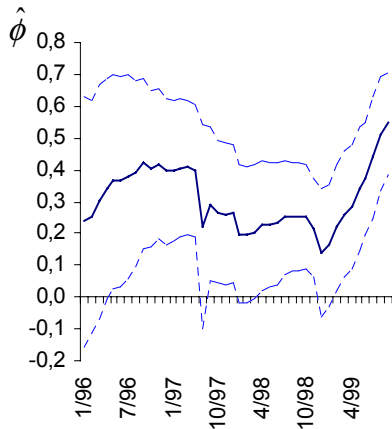
Rekurzivní odhady parametrů, směrodatných chyb, průměr, rozptyl a medián zpoždění

| | $\hat{\phi}$ | $S_{\hat{\phi}}$ | $\hat{\alpha}$ | $S_{\hat{\alpha}}$ | \hat{c} | $S_{\hat{c}}$ | \bar{z} | S_z^2 | \tilde{z} |
|-------|--------------|------------------|----------------|--------------------|-----------|---------------|-----------|---------|-------------|
| 1/96 | 0,237 | 0,197 | 0,234 | 0,085 | 1,409 | 0,536 | 0,311 | 0,408 | 0 |
| 4/96 | 0,341 | 0,174 | 0,231 | 0,081 | 1,146 | 0,473 | 0,517 | 0,783 | 0 |
| 7/96 | 0,377 | 0,161 | 0,223 | 0,058 | 1,072 | 0,424 | 0,604 | 0,969 | 0 |
| 10/96 | 0,407 | 0,123 | 0,231 | 0,050 | 0,975 | 0,289 | 0,686 | 1,156 | 0 |
| 1/97 | 0,397 | 0,111 | 0,231 | 0,047 | 1,001 | 0,252 | 0,658 | 1,090 | 0 |
| 4/97 | 0,399 | 0,104 | 0,229 | 0,045 | 0,998 | 0,236 | 0,665 | 1,108 | 0 |
| 10/97 | 0,268 | 0,111 | 0,408 | 0,057 | 0,906 | 0,210 | 0,366 | 0,501 | 0 |
| 1/98 | 0,199 | 0,108 | 0,396 | 0,052 | 1,114 | 0,181 | 0,248 | 0,310 | 0 |
| 4/98 | 0,226 | 0,103 | 0,391 | 0,051 | 1,056 | 0,165 | 0,292 | 0,377 | 0 |
| 7/98 | 0,250 | 0,090 | 0,384 | 0,047 | 1,012 | 0,140 | 0,333 | 0,445 | 0 |
| 10/98 | 0,253 | 0,083 | 0,382 | 0,044 | 1,007 | 0,129 | 0,339 | 0,455 | 0 |
| 1/99 | 0,162 | 0,097 | 0,468 | 0,051 | 1,029 | 0,152 | 0,193 | 0,230 | 0 |
| 2/99 | 0,219 | 0,099 | 0,459 | 0,053 | 0,899 | 0,150 | 0,281 | 0,359 | 0 |
| 3/99 | 0,261 | 0,100 | 0,455 | 0,055 | 0,798 | 0,146 | 0,353 | 0,478 | 0 |
| 4/99 | 0,284 | 0,097 | 0,452 | 0,055 | 0,745 | 0,137 | 0,396 | 0,553 | 0 |
| 5/99 | 0,342 | 0,098 | 0,437 | 0,057 | 0,629 | 0,132 | 0,521 | 0,792 | 0 |
| 6/99 | 0,372 | 0,089 | 0,425 | 0,054 | 0,580 | 0,115 | 0,593 | 0,944 | 0 |
| 7/99 | 0,441 | 0,096 | 0,405 | 0,060 | 0,447 | 0,120 | 0,789 | 1,412 | 0 |
| 8/99 | 0,514 | 0,089 | 0,372 | 0,058 | 0,339 | 0,106 | 1,056 | 2,171 | 1 |
| 9/99 | 0,545 | 0,081 | 0,357 | 0,055 | 0,293 | 0,093 | 1,199 | 2,637 | 1 |

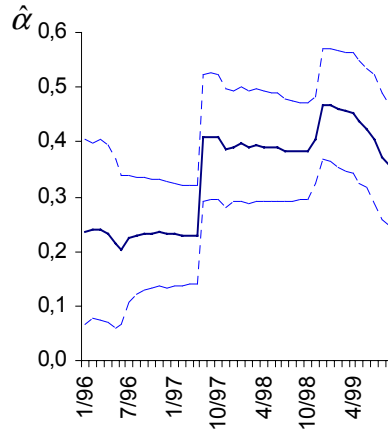
Rekurzivní analýza je obsažena v tabulce 7, zde jsou odhady parametrů modelu (4.2) s logaritmovanými časovými řadami, odhady jejich směrodatných chyb, průměrné zpoždění, medián zpoždění a rozptyl zpoždění pro časové řady začínající říjnem 1994 a končící lednem 1996, dubnem 1996, ..., srpnem 1999, zářím 1999.

Odhady parametrů modelu (4.2) a odhady jejich směrodatných chyb zachycují obrázky 12a), b), c).

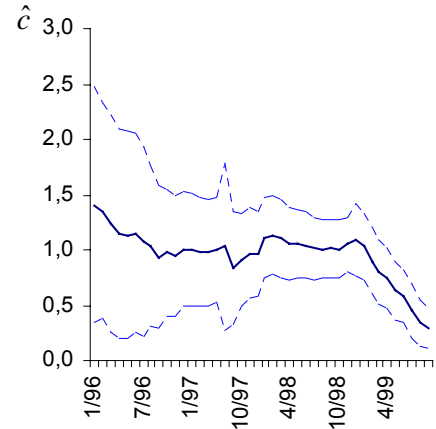
Obr. 12a) Rekurzivní odhad parametru ϕ



Obr. 12b) Rekurzivní odhad parametru α

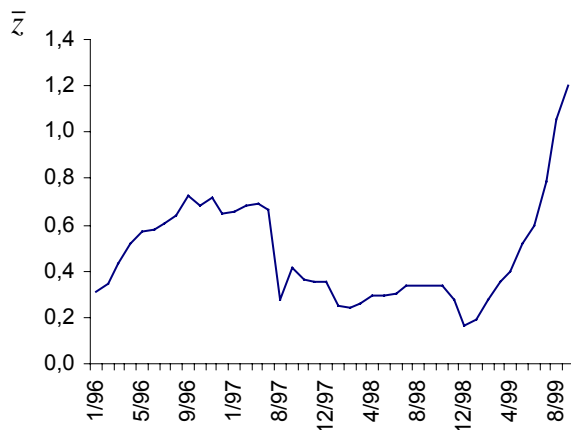


Obr. 12c) Rekurzivní odhad parametru c

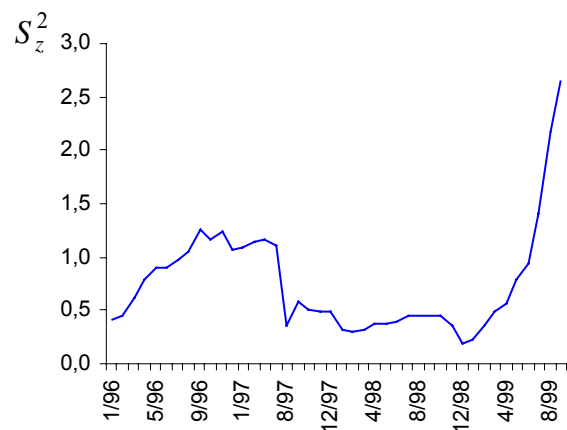


Vývoj průměrného zpoždění a rozptylu zpoždění ukazují obrázky 13a), b).

Obr. 13a) Rekurzivní průměr zpoždění



Obr. 13b) Rekurzivní rozptyl zpoždění



Rekurzivní analýza ukazuje, že první změna hodnot parametrů je v období následujícím vynechané extrémně vysoké hodnoty časových řad, tj. v období začínající srpnem 1997. Tato změna se projevila u všech parametrů modelu, nejvíce však u parametru α , který vyjadřuje sílu závislosti analyzovaných časových řad. Změna hodnot parametrů se v tomto období u zkrácených časových řad projevila výrazněji než u dlouhých časových řad. V důsledku změny odhadů parametrů se snížil i průměr a rozptyl zpoždění. K dalšímu zlomu ve vztahu analyzovaných časových řad došlo v lednu roku 1999. Postupná změna hodnot odhadů parametrů, která od tohoto měsíce probíhala, vedla pochopitelně i ke změně průměrného zpoždění a rozptylu zpoždění. Od srpna 1997 do ledna 1999 se průměrné zpoždění

pohybovalo okolo hodnoty 0,3. Rovněž rozptyl zpoždění byl v tomto období poměrně nízký, mírně pod hranicí 0,5. Od ledna 1999 se však průměrné zpoždění výrazně zvyšovalo, značně se zvyšoval také rozptyl zpoždění. Stejně jako u dlouhých časových řad se v tomto období projevovovala zvýšená míra nejistoty na trhu, tato skutečnost způsobovala zpomalení poklesu sazby na nově čerpané klientské úvěry ve srovnání se sazbou 1R PRIBOR.

Stejně jako v minulé části posoudíme ještě, zda mezi analyzovanými časovými řadami existuje dlouhodobý vztah. Model

$$\ln RNUC_t = c + \phi \ln RNUC_{t-1} + \alpha \ln RIR_t + a_t \quad (4.5)$$

Ize transformovat do tvaru modelu korekce chyb

$$\Delta \ln RNUC_t = c + \alpha \Delta \ln RIR_t + (\phi - 1)(\ln RNUC_{t-1} - \frac{\alpha}{1 - \phi} \ln RIR_{t-1}) + a_t. \quad (4.6)$$

Z tabulky 8, kde jsou uvedeny odhady parametrů modelu (4.5), vyplývá, že v modelu (4.6) je přítomen člen korekce chyb, neboť odhad zatížení (parametr $(\phi - 1)$) je poměrně vysoký. Také zkrácené časové řady úrokových sazeb lze považovat za kointegrované.

Tabulka 8

Model $\ln RNUC_t = c + \phi \ln RNUC_{t-1} + \alpha \ln RIR_t + a_t$

| Závisle proměnná: $\ln RNUC$ | | | | |
|--|------------------------|--------------------------------------|---------------|----------------------------|
| Proměnná | Odhad parametru | Směrodatná chyba | t-test | Hladina významnosti |
| <i>c</i> | 0,29324 | 0,09328 | 3,14356 | 0,00273 |
| $\ln RNUC(-1)$ | 0,54529 | 0,08148 | 6,69248 | 0,00000 |
| $\ln RIR$ | 0,35727 | 0,05547 | 6,44115 | 0,00000 |
| R^2 | 0,96765 | Průměr závisle proměnné | | 2,56775 |
| Upravený R^2 | 0,96643 | Směrodatná odchylka závisle proměnné | | |
| Směrodatná odchylka reziduí | 0,03321 | <i>F</i> -test | | 0,18126 |
| Reziduální součet čtverců | 0,05846 | Hladina významnosti <i>F</i> | | 792,646 |
| D-W statistika | 1,44929 | | | 0,00000 |

Na závěr této části je třeba učinit ještě jednu poznámku. Durbinova-Watsonova statistika, ale také autokorelační funkce reziduí ukazují, že model ADL(1,0) je zatížen mírně autokorelovanou nesystematickou složkou. Protože

zavedením umělé proměnné, která od srpna 1997 obsahuje jedničky, jinak nuly, se z hlediska autokorelace model výrazně zlepšil, lze předpokládat, že problém autokorelace způsobuje změna vztahu, která nastala právě v srpnu roku 1997. Při analýze nezkrácených časových řad se tato změna neprojevovala tak silně, neboť zpočátku byly časové řady poměrně variabilní.

Tabulka 9 obsahuje odhady parametrů modelu ADL(1,0) s pomocnou proměnnou tvaru

$$\ln RNUC_t = c + bD_t + \phi \ln RNUC_{t-1} + \alpha \ln RIR_t + a_t, \quad (4.7)$$

kde D_t je nula-jedničková pomocná proměnná.

Tabulka 9

Model $\ln RNUC_t = c + bD_t + \phi \ln RNUC_{t-1} + \alpha \ln RIR_t + a_t$

| Závisle proměnná: $\ln RNUC$ | | | | |
|--|------------------------|--------------------------------------|----------------------|----------------------------|
| Proměnná | Odhad parametru | Směrodatná chyba | <i>t</i>-test | Hladina významnosti |
| <i>c</i> | 0,38849 | 0,08320 | 4,66911 | 0,00002 |
| <i>D</i> | -0,03478 | 0,00789 | -4,40858 | 0,00005 |
| $\ln RNUC(-1)$ | 0,47019 | 0,07222 | 6,51057 | 0,00000 |
| $\ln RIR$ | 0,40424 | 0,04895 | 8,25815 | 0,00000 |
| R^2 | 0,97645 | Průměr závisle proměnné | | 2,56775 |
| Upravený R^2 | 0,97509 | Směrodatná odchylka závisle proměnné | | 0,18126 |
| Směrodatná odchylka reziduí | 0,02861 | <i>F</i> -test | | 718,720 |
| Reziduální součet čtverců | 0,04255 | Hladina významnosti <i>F</i> | | 0,00000 |
| D-W statistika | 1,97774 | | | |

Porovnáme-li odhady parametrů modelu ADL(1,0) uvedené v tabulce 4, odhady stejných parametrů v tabulce 8 a odhady stejných parametrů v tabulce 9 zjistíme, že zatímco odhady parametru ϕ klesají (0,70153, 0,54529, 0,47019), odhady parametru α rostou (0,22036, 0,35727, 0,40424). Lze tedy očekávat, že model s pomocnou proměnnou povede k dalšímu snížení průměrného zpoždění a rozptylu zpoždění. Vzhledem k variabilitě odhadů je možné předpokládat, že průměr a rozptyl zpoždění dané modelem (4.5) jsou horní hranicí pro odhadované parametry. Z rekurzivní analýzy modelu s pomocnou proměnnou vyplývá, že by tato teze mohla platit pro období alespoň od srpna 1997.

5 Závěr

Zjišťování zpoždění, s jakým se měnlivost v jedné ekonomické časové řadě odráží v měnlivosti řady druhé, je velmi důležitou praktickou úlohou. Modely rozdělených zpoždění a autoregresních rozdělených zpoždění umožňují konstrukci střední hodnoty, rozptylu a mediánu zpoždění. Odhady parametrů modelů rozdělených zpoždění a autoregresních rozdělených zpoždění vedou k odhadům těchto základních charakteristik zpoždění. Je zřejmé, že hodnoty odhadů závisí na transformaci časových řad vstupujících do modelu. Volbu vhodné transformace umožňuje optimalizace provedená pomocí věrohodnostní funkce.

Metodologie zjišťování zpoždění byla ilustrována na příkladu analýzy vztahu časových řad úrokové sazby na nově čerpané klientské úvěry a úrokové sazby 1R PRIBOR. Z definice transmisního mechanismu ČR vyplývá, že závisle proměnnou je časová řada úrokové sazby na nově čerpané klientské úvěry. Důkladnou analýzou vztahu daných časových řad bylo zjištěno několik změn charakteru závislosti ve sledovaném období, což vedlo jednak ke změnám transformace časových řad vstupujících do modelu a rovněž ke změnám odhadů základních charakteristik

zpoždění. Velmi cenné informace o zlomech ve vztahu analyzovaných časových řad a o jeho stabilitě poskytla rekurzivní analýza.

Poznatky z teoretické a praktické části provedené studie lze shrnout do následujících obecných závěrů:

1. Pro zjišťování zpoždění ve vztahu dvou či více ekonomických časových řad je třeba vycházet z dynamického tvaru modelu, tj. modelu rozdělených zpoždění či autoregresních rozdělených zpoždění. Odhady parametrů těchto modelů umožňují odhadnout střední hodnotu, rozptyl a medián zpoždění.
2. Důležitou podmínkou pro získání relativně přesných odhadů je ověření empirické vhodnosti zvoleného modelu. To zahrnuje nejen testování slabé exogenity vysvětlujících časových řad vzhledem k parametrům modelu a testování autokorelace či heteroskedasticity nesystematické složky modelu, ale také řešení problému volby vhodné transformace časových řad vstupujících do modelu.
3. Při praktické analýze zpoždění českých ekonomických časových řad není možné očekávat konstantní charakteristiky zpoždění za celé analyzované období 90. let. Lze předpokládat, že se charakter vztahu časových řad v tomto období mění, jedna část se může vyznačovat lineárním vztahem, jiná vztahem nelineárním. Rovněž v rámci vztahu určitého typu může docházet ke změnám, jež se projevují ve změnách hodnot parametrů zvoleného modelu. Analyzované období je charakteristické také proměnlivou mírou nejistoty na trhu, což se ukazuje především v přesnosti odhadů parametrů a charakteristik zpoždění.
4. Ekonometrickou analýzou získané informace o vztahu časových řad a zpoždění je nezbytné konfrontovat s ekonomickou logikou dané problematiky, neboť znalost ekonomické podstaty může výrazně pomoci nejen při volbě vhodného modelu a jeho ověřování, ale také při interpretaci empirických výsledků.

Literatura

1. Arlt, J. (1999): Moderní metody modelování ekonomických časových řad, GRADA
2. Arlt, J., Guba, M., Matalík, I., Stiller, V., Syrovátka, J.: Definice měnového transmisního mechanismu v ČR a analýza základních vybraných vazeb, Praha, ČNB 1998 (interní materiál)
3. Box, G. E. P., Cox, D. R. (1964): An Analysis of Transformations, Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B, Vol. 26, No. 2, 211-243
4. Dhrymes, P. J. (1985): Distributed Lags, North-Holland, Amsterdam
5. Hendry, D. F. (1995): Dynamic Econometrics, Oxford University Press
6. Spitzer, J. (1982): A Primer on Box-Cox Estimation, Review of Economics and Statistics, 64, 307-313
7. Zarembka, P. (1968): Functional Form in the Demand for Money, Journal of the American Statistical Association, 63, 502-511